

ÉLABORATION D'UN MODÈLE PRAXÉOLOGIQUE DE RÉFÉRENCE SUR L'AXE GRADUÉ POUR LES CYCLES 2 ET 3

Océane Poupart¹

¹Laboratoire d'Informatique de Grenoble, Université Grenoble Alpes, France ;
oceane.poupart@univ-grenoble-alpes.fr

I. CONTEXTE D'ÉTUDE DE LA THÈSE

À la suite de la méta-analyse de Schneider et al. (2018) montrant une corrélation forte entre la réussite à une tâche d'estimation sur une ligne numérique¹ et une réussite ultérieure en mathématiques, le Conseil Scientifique de l'Éducation Nationale (CSEN, 2023) a décidé d'introduire cette tâche dans les évaluations nationales dès 2018. Le projet Césalin, proposant une étude menée suivant le modèle d'une recherche action quantitative, s'est alors posé la question suivante : « Est-il possible de concevoir une séquence d'enseignement de l'axe gradué² ? » (Croset et al., à paraître). La séquence, élaborée pour des élèves de CE1, permet alors de considérer l'axe gradué comme un objet mathématique et non comme un outil au service de l'apprentissage d'autres objets mathématiques (Douady, 1986). Cette considération de l'axe gradué se veut alors innovante, car elle est, a priori, peu voire pas présente dans l'institution scolaire française. C'est également dans le cadre de ce projet que j'ai effectué mon mémoire de master dont le but était de proposer une analyse épistémologique de l'axe gradué et de caractériser les connaissances des élèves de cycle 2 à son sujet (Poupart, 2025). J'ai alors élaboré un modèle de conceptions pour caractériser ces connaissances en m'appuyant sur la définition des conceptions telles que proposées par N. Balacheff dans son modèle cKC (Balacheff & Margolinas, 2005). Après expérimentation, ce modèle s'est avéré être pertinent pour décrire les connaissances des élèves en réussite sur les axes gradués, mais il manquait de précision pour décrire celles des élèves plus en difficulté (Poupart, 2025). Ma thèse a alors pour objet l'enrichissement de ce modèle pour mieux caractériser les connaissances de tous les élèves de cycle 2 et de cycle 3. La prise en compte de l'apprentissage dans un contexte d'EIAH (Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain) conçu avec une intention de duo d'artefacts (Soury-Lavergne, 2021) est également de mise. En effet, je participe aussi à la conception didactique d'un EIAH développé dans le cadre du projet Origamia³, retenu par le ministère de l'Éducation nationale dans le cadre du P2IA (Partenariat d'innovation et d'intelligence artificielle). Il a pour but de développer une solution hybride pour l'apprentissage des mathématiques au cycle 3 dont un des thèmes mathématiques travaillés est les nombres décimaux et les fractions.

II. CONTRAINTES À PROPOS DE L'ÉLABORATION D'UN MODÈLE PRAXÉOLOGIQUE DE RÉFÉRENCE

Une des premières étapes nécessaires à la réalisation d'un EIAH est de référencer les types de tâches qui seront développées puis travaillées par les élèves. Pour ce faire, Croset et al. (2021) ont créé, pour un autre EIAH, un « ensemble organisé de compétences et

¹ Une ligne numérique est un « objet mathématique caractérisant une organisation spatiale des nombres sur un support rectiligne » (Poupart, 2025, p. 8)

² Un axe gradué est un type de ligne numérique dont les abscisses des points sont d'échelle linéaire. Il y a proportionnalité entre les différences d'abscisses et la mesure de la distance entre les points associés à ces abscisses (Poupart, 2025).

³ Pour plus d'information, voir le site compagnon du projet : Origamia.fr

connaissances » (p. 473) qui doit pouvoir être manipulé à la fois par des humains, pour guider et coordonner la création de ressources. Ce dernier doit aussi pouvoir être compréhensible par les algorithmes afin de proposer des parcours d'apprentissage avec IA. Bien que plusieurs termes puissent être employés pour parler de cet « ensemble organisé de compétences et connaissances » (Croset et al., 2021, p. 473), nous, ma directrice de thèse - Sophie Soury-Lavergne - et moi-même, avons choisi de le décrire grâce aux praxéologies, en élaborant un modèle praxéologique de référence. Nous nous inscrivons alors dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chaachoua, 2010) et plus particulièrement T4^{TEL} (Chaachoua, 2020).

Ce choix a également été motivé par l'amélioration du modèle de conceptions précédemment établi. En effet, les ensembles de problèmes définissant les conceptions du modèle ont été construits à partir d'un catalogue de problèmes tirés de la littérature en didactique (Croset et al., à paraître; Gagatsis et al., 2003; Vergnaud, 1988), en psychologie (Dehaene et al., 2008) et en histoire des mathématiques (Lemonidis & Gkolfos, 2020), ainsi que d'une rapide analyse de manuels de CE1 et CE2⁴. Pour enrichir le modèle de conceptions, une première étape est de caractériser plus précisément les problèmes définissant les sphères de pratique des conceptions (Balacheff & Margolinas, 2005). L'élaboration d'un modèle praxéologique de référence sur les lignes numériques et les axes gradués sert, alors, des raisons de robustesse des définitions de mon modèle de conception, mais également, des raisons de contraintes d'élaboration d'un EIAH.

III. ÉLABORATION D'UN MODÈLE PRAXÉOLOGIQUE DE RÉFÉRENCE

Dans un premier temps, le modèle praxéologique de référence en construction se concentre sur l'établissement des générateurs de types de tâches à propos de l'axe gradué étudié comme objet mathématique. Il ne prend alors pas en compte les types de tâches où celui-ci est utilisé comme outil pour travailler sur d'autres objets de savoirs ; et ne prend pas, non plus, en compte les types de tâches à propos des autres lignes numériques.

À l'heure actuelle, ce modèle praxéologique de référence comporte trois genres de tâches (Associer, Construire et Vérifier), déclinés en une dizaine de générateurs de types de tâches (pour les genres Associer et Construire). Durant la communication orale, je ne parlerai que de ces deux premiers genres, car le dernier n'est pas encore assez développé. Nous entendons par « Associer », l'association d'un objet géométrique avec un objet numérique et vice versa : comme associer un nombre à une longueur (autrement dit, donner une mesure à une longueur), ou associer une abscisse à un point. Nous entendons par « Construire », la représentation d'un axe gradué « complet » ou d'un point par un trait de graduation avec son abscisse.

Pour concevoir ces générateurs, nous nous sommes posé des contraintes à propos des variables qu'ils contiennent. Étant donné que le modèle praxéologique est porté sur un seul objet mathématique, nous avons essayé de considérer des jeux de variables et de valeurs qui puissent être communs à chaque générateur. Cela permet, d'une part, d'identifier les variables et leurs valeurs pertinentes pour la description des types de tâches sur l'axe gradué, quel que soit le genre de tâche. Cela participe, d'autre part, à une harmonisation des termes employés. Malgré ce jeu de variables et de valeurs communes à chaque générateur de type de tâche, il arrive que certaines variables ne soient pas pertinentes pour certains générateurs, de la même manière que si une variable se retrouve dans plusieurs générateurs, les valeurs prises par cette variable dépendent, elles aussi, du générateur. Par exemple, la variable « Conditions sur une

⁴ Les manuels regardés étaient : (Maths explicites CE1 et CE2 2020, 2021; Pour comprendre les maths CE1 2019; CAP Maths CE1 2020; Ermel CE1 2020; La méthode de Singapour CE1, CE2 2020, 2021; Chaque jour compte CE1 2023)

mesure de longueur » apparaît dans les générateurs où il est question de mesures de longueurs, mais elle n'apparaît pas dans les générateurs où ce n'est pas le cas. De même, la valeur « Droite seule (pas de trait de graduation, pas d'abscisse, pas de mesure de longueur) » pour la variable « Objets géométrique et numériques construits » est pertinente lorsque la tâche requiert de construire un point ou une abscisse, mais ne l'est plus lorsqu'il s'agit d'associer un point à une abscisse par exemple, puisqu'il doit déjà y avoir un trait de graduation représentant le point auquel il faut associer l'abscisse.

Ainsi, durant la communication orale, je présenterai des raisons et heuristiques ayant conduit à la distinction de trois genres de tâches, conduisant eux-mêmes à l'élaboration actuelle d'une dizaine de générateurs de types de tâches. La construction de ces générateurs de types de tâches étant en cours, nous nous focaliserons davantage sur la question de la détermination et de la justification des variables pertinentes, ainsi que sur la justification de leurs valeurs.

IV. RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Balacheff, N., & Margolinas, C. (2005). *Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques*. In *Balises pour la didactique des mathématiques, actes de la XIIIe école d'été de didactique des mathématiques* (La Pensée Sauvage éditions, p. p1-32). (Édition originale Alain Mercier, Claire Margolinas)
- Chaachoua, H. (2010). *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Étude de cas : La modélisation des connaissances des élèves*.
- Chaachoua, H. (2020). T4^{TEL} : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique T4^{TEL}: A frame of reference for the formalization and extension of the praxeological model. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(4), 103-118. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p103-118>
- Croset, M.-C., Gardes, M.-L., Guy, A., Poinas, S., & Soury-Lavergne, S. (à paraître). Co-construction et évaluation d'une séquence d'apprentissage de l'axe gradué au cycle 2. *Les savoirs mathématiques de l'école : de la formation des enseignants aux acquis des élèves*. 51e colloque de la COPIRELEM, Strasbourg.
- Croset, M.-C., Soury-Lavergne, S., & Terouanne, S. (2021). Les concepts didactiques comme outils de conception pour l'intelligence artificielle en éducation. *Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*, p470-485. <https://www.arpeme.fr/documents/Actes-Grenoble-e.pdf>
- CSEN. (2023). *Evaluer pour mieux aider, EvalAide* (p. 54). Education nationale. <https://pedagogie-nord.ac-lille.fr/evaluer-pour-mieux-aider-evalaide-un-dispositif-scientifique-de-prevention-des-difficultes-en-lecture-et-en-mathematiques-au-cp-et-au-ce1/>
- Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or Linear? Distinct Intuitions of the Number Scale in Western and Amazonian Indigene Cultures. *Science*, 320(5880), 1217-1220. <https://doi.org/10.1126/science.1156540>
- Douady, R. (1986). Jeu de cadre et dialectique outils-objet. *RDM*, 7.2, 6-31.
- Gagatsis, A., Shiakalli, M., & Panaoura, A. (2003). *La droite arithmétique comme modèle géométrique de l'addition et de la soustraction des nombres entiers*.
- Lemonidis, H., & Gkolfos, A. (2020). Number line in the history and the education of mathematics. *Inovacije u Nastavi*, 33(1), 36-56. <https://doi.org/10.5937/inovacije2001036L>

- Poupart, O. (2025, juin). *Enseignement de l'axe gradué au cycle 2 : Modélisation et diagnostic de conceptions associées* [Mémoire de master].
- Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of Number Line Estimation With Mathematical Competence : A Meta-analysis. *Child Development*, 89(5), 1467-1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>
- Soury-Lavergne, S. (2021). Duos of Digital and Tangible Artefacts in Didactical Situations. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 7(1), 1-21. <https://doi.org/10.1007/s40751-021-00086-8>
- Vergnaud, G. (1988). Question de présentation et de formulation dans la résolution de problèmes mathématiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg*, 1, 33-55.