

ENSEIGNER LE SECOND DEGRE AU SECONDAIRE : ELABORATION D'UNE QUESTION DE RECHERCHE POUR ETUDIER LES PRATIQUES ENSEIGNANTES

Pauline Dumonceau¹

¹Université de Mons, Belgique ; pauline.dumonceau@umons.ac.be

1. CONTEXTE

Dans cette communication, nous présentons des analyses issues de notre thèse en cours, qui porte sur l'enseignement des équations, des inéquations et des fonctions du second degré en Belgique francophone. Une première spécificité de ces contenus est qu'ils sont enseignés durant la même année à des élèves de quatrième année du secondaire (élèves âgés de 15-16 ans). Cette organisation peut différer d'un pays à l'autre (Chaachoua et al., 2024). Ainsi, au sein du même chapitre, deux cadres de travail (Douady, 1987) sont mobilisés : le cadre de l'Analyse pour étudier les fonctions du second degré ainsi que les caractéristiques liées à celles-ci, et le cadre de l'Algèbre avec l'étude des (in)équations du second degré et des notions associées. Ces premières spécificités nous ont naturellement conduit au premier questionnement général suivant :

Comment les enseignants prennent-ils en compte la présence de ces deux cadres au sein de ce chapitre dans leurs choix d'organisation des contenus et de déroulements en classe ?

Afin de préciser ce questionnement, nous avons tout d'abord cherché à caractériser les spécificités des notions à enseigner, à mener une analyse didactique des types de tâches prescrites par les programmes scolaires, et à anticiper les difficultés potentielles rencontrées par les élèves dans l'apprentissage de ces contenus. Cette étude qui croise des éléments épistémologiques (spécificités des notions), cognitifs (difficultés identifiées chez les élèves) et curriculaires (programmes scolaires) constitue le relief sur les notions à enseigner (Robert et al., 2012). La section 2 est consacrée à des éléments de relief et à la manière dont ceux-ci permettent de préciser notre problématique de recherche. La section 3 présente des perspectives pour la suite de la thèse.

2. ÉTUDE DE RELIEF SUR LES NOTIONS A ENSEIGNER

Notre étude de relief vise à préciser l'organisation des notions à enseigner en appui sur des outils didactiques, notamment en termes de cadres (Douady, 1987), de registres de représentation (Duval, 1993), de leur dimension outil-objet (Douady, 1987), etc. en lien avec les prescriptions institutionnelles et en anticipant certaines difficultés des élèves. Le relief permet ainsi d'identifier différentes étapes dans les scénarios possibles ainsi que le travail mathématique attendu dans les tâches proposées aux élèves (Chesnais & Robert, 2025). Dans le cadre de cette communication, nous nous centrons sur l'analyse des mises en fonctionnement des connaissances, en termes d'adaptations (Robert, 2008), dans les tâches prescrites par les programmes scolaires.

L'étude de relief ainsi menée dans le cadre de notre thèse a permis de mettre en avant plusieurs résultats relatifs à l'enseignement des (in)équations et des fonctions du second degré. Dans cette communication, nous nous centrons sur le résultat suivant : les deux cadres de travail présents au sein du chapitre ne sont pas simplement juxtaposés, mais sont imbriqués, tant dans

la partie « Cours » que dans les tâches proposées aux élèves. Pour illustrer ce résultat, nous montrons dans un premier temps où cette imbrication se manifeste dans la partie « Cours ». Nous explicitons ensuite et analysons quelques types de tâches qui nécessitent notamment des changements de cadres pour leur résolution.

Dans la partie « Cours » et dans les notions à enseigner listée par les programmes, nous avons identifié deux moments (voir Figure 1) qui nécessitent des changements de cadres entre les cadres de l'Analyse et de l'Algèbre : les zéros de la fonction du second degré et les inéquations du second degré. Les zéros d'une fonction du second degré peuvent être déterminés de manière algébrique ou graphique. Déterminer algébriquement ces zéros revient à résoudre l'équation $f(x) = 0$ où f est la fonction du second degré correspondante. Cela implique un passage du cadre de l'Analyse à celui de l'Algèbre, indépendamment de la forme de l'expression analytique de la fonction (trinôme, forme canonique ou factorisée). Ce changement de cadres s'accompagne d'un changement de statut des lettres : la variable dans l'expression analytique devient une inconnue dans l'équation à résoudre. D'un point de vue graphique, les zéros correspondent aux abscisses des points d'intersection entre la courbe représentative et l'axe des abscisses. Leur détermination nécessite des conversions entre les registres algébrique et graphique. Ces conversions s'accompagnent également d'un changement de point de vue : on détermine d'abord les coordonnées des points d'intersection (un couple), puis on en extrait l'abscisse (un nombre).

À l'instar du cas des zéros de la fonction, l'étude des inéquations du second degré mobilise également des changements de cadres et des conversions de registres. Comme le précisent les programmes dans la liste des notions à enseigner, « *la résolution d'une inéquation du second degré est liée à l'étude du signe de la fonction* ». En effet, la résolution de telles inéquations amène à établir le tableau de signes de la fonction correspondante, puis à interpréter les informations données dans ce tableau afin de déterminer l'ensemble des solutions. Ce travail implique des conversions entre les registres des tableaux et algébrique. Il s'accompagne également d'un changement de point de vue : nous passons d'un ensemble de nombres apparaissant dans un tableau à son écriture algébrique, sous la forme d'une union d'intervalles.

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Caractéristiques de la fonction du 2^e degré</p> <ul style="list-style-type: none"> - Zéro - Signe - Croissance, décroissance - Extremum | <p>Équations et inéquations du 2^e degré</p> <p>La méthode de détermination des solutions de l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ doit être établie. Si la forme $a(x - \alpha)^2 + \beta$ du trinôme du second degré a été rencontrée précédemment, il est judicieux de l'exploiter.</p> <p>Pour résoudre des équations incomplètes, on évitera d'utiliser la méthode générale en réactivant les ressources de la 3UAA5.</p> <p>La résolution de l'inéquation du deuxième degré est liée à l'étude de signe de la fonction vue précédemment.</p> <p>La résolution d'équations et d'inéquations réductibles au deuxième degré sera l'occasion de mettre en place l'étude du signe d'une expression algébrique au moyen d'un tableau, technique employée au troisième degré.</p> <p>Il faut profiter de cette opportunité pour réactiver les outils algébriques.</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Figure 1 : Extrait du programme de mathématiques (467/2015/240) au 2^e degré (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 152-153).

Cette imbrication des cadres se retrouve également dans les tâches proposées par les programmes scolaires. L'étude de ces tâches permet ainsi de compléter l'analyse des contenus en mettant en évidence les modalités concrètes selon lesquelles les élèves sont amenés à articuler les cadres de l'Analyse et de l'Algèbre. Pour résoudre graphiquement une inéquation (voir Figure 2), les élèves s'appuient sur l'expression algébrique pour construire la parabole, puis repèrent sur sa représentation graphique les abscisses des points dont les ordonnées

vérifient l'inégalité considérée. Ce travail les amène ainsi, d'une part, à passer du cadre de l'Algèbre à celui de l'Analyse et, d'autre part, à réaliser des conversions entre les registres algébrique et graphique. Pour ensuite vérifier algébriquement leur solution, les élèves doivent résoudre l'inéquation en construisant un tableau de signes, ce qui mobilise à nouveau les changements de cadres et les conversions de registres décrits dans la partie « Cours ».

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Résoudre graphiquement et algébriquement une équation ou une inéquation du 2 ^e degré | A partir d'un graphique ou d'une expression algébrique, l'élève doit résoudre une équation ou une inéquation du 2 ^e degré. L'élève doit pouvoir vérifier algébriquement une solution déterminée graphiquement et inversement, dans le cas où le graphique est donné. |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Figure 2 : Extrait du programme de mathématiques (467/2015/240) au 2^e degré (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 154).

De plus, certaines tâches proposées dans les programmes demandent aux élèves de déterminer les caractéristiques d'une fonction du second degré (voir Figure 3). Dans ce contexte, la détermination des zéros peut être réalisée par des méthodes algébrique ou graphique selon l'énoncé de la tâche. Cette tâche offre ainsi deux possibilités de traitement : l'approche algébrique amène les élèves à résoudre une équation et implique un changement de cadres de l'Analyse vers l'Algèbre, et l'approche graphique repose sur l'interprétation de la représentation de la fonction et mobilise des conversions entre les registres algébrique et graphique.

Déterminer les caractéristiques d'une fonction du 2^e degré

Figure 3 : Extrait du programme de mathématiques (467/2015/240) au 2^e degré (Fédération Wallonie-Bruxelles, 2015, p. 154).

L'étude de relief met ainsi en évidence que les cadres de l'Analyse et de l'Algèbre sont imbriqués dans l'enseignement des équations, inéquations et fonctions du second degré. L'imbrication entre ces deux cadres se traduit par un travail d'adaptations des connaissances de la part des élèves, tant dans la partie « Cours » que dans les exercices. Ces adaptations prennent notamment la forme de changements de cadres, qui s'accompagnent de changements de statut des lettres, ainsi que de conversions entre registres, impliquant aussi des changements de point de vue. Elles peuvent également se manifester par des choix de procédures (formes d'écriture, résolution d'inéquations) ou par l'introduction d'objets intermédiaires (discriminant, tableau de signes, représentation graphique). Ces éléments nous amènent à préciser notre questionnement initial en nous intéressant à la manière dont ces différents aspects sont pris en compte dans l'enseignement. Nous formulons dès lors la question suivante :

Comment les enseignants prennent-ils en compte cette imbrication des cadres dans leur enseignement, à travers les adaptations mobilisées dans les tâches proposées aux élèves, en particulier celles liées aux changements de cadres et aux conversions de registres ?

Afin d'étudier la manière dont cette imbrication des cadres peut être prise en compte dans l'enseignement, nous faisons l'hypothèse qu'elle peut être analysée à certains moments clés du cours. Nous en identifions notamment trois : 1) l'introduction des zéros de la fonction, incluant les méthodes de résolution (notamment par le discriminant) et le lien entre fonctions et équations ; 2) l'étude des inéquations, avec l'introduction du tableau de signes et le lien entre celui-ci et l'ensemble des solutions, ainsi que les résolutions graphique et algébrique ; 3) la factorisation de la fonction, qui permet de réinvestir le travail sur les zéros.

3. PERSPECTIVES

Notre étude de relief a permis de mettre en évidence d'autres résultats, dont certains mériteraient un développement spécifique. Nous nous contentons ici d'en mentionner un, en lien avec notre problématique. L'analyse des tâches prescrites par les programmes (au nombre de 12) montre qu'elles mobilisent toutes des changements de cadres et/ou des conversions de registres. Toutefois, ces deux types de transformations ne sont pas nécessairement liés : un changement de cadres n'implique pas systématiquement une conversion de registres, et réciproquement. Seules trois tâches conduisent à mobiliser simultanément ces deux types de transformations ; elles concernent la résolution graphique d'(in)équations du second degré, la vérification des solutions et leur interprétation à partir de la représentation graphique.

Afin d'étudier la manière dont cette imbrication des cadres peut être prise en compte dans l'enseignement, nous analysons actuellement cinq manuels de quatrième année du secondaire conformes aux programmes. Cette analyse vise à mettre en évidence des exemples de mise en œuvre des savoirs ainsi que des types de tâches proposés. Elle permet également d'identifier différents choix de scénarios et d'interroger la manière dont ces choix peuvent influencer le travail sur l'imbrication des deux cadres et les adaptations associées. Cette première étape sera complétée par une analyse de pratiques enseignantes et d'observations de classe.

REFERENCES

- Chaachoua, H., Bessot, A., Barquero, B., Pilet, J., Mizoguchi, T., Kaspary, D., & Nguyen, A. (2025). A Comparative Study of the Teaching of Quadratic Equations in Five Curricula : Brazil, France, Japan, Spain and Vietnam. *Recherches En Didactique des Mathématiques*, 44(1). <https://doi.org/10.46298/rdm.13753>
- Chesnais, A. & Robert, A. (2025). Un point de vue didactique sur le développement professionnel des enseignants de mathématiques du secondaire. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, 15(1), 19–40.
- Douady, R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Fédération Wallonie-Bruxelles (2015). Programme d'études - Mathématiques 467/2015/240, disponible à l'adresse <https://www.wallonie-bruxelles-enseignement.be/progr/467-2015-240.pdf>
- Robert, A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In F. Vandebrouck (Ed). *La classe de mathématiques activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 48-50). Toulouse : Octarès Éditions.
- Robert, A., Penninckx, J., & Lattuati, M. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques : (Se) former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos* (pp. 168-180). Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.